

# Corso di Gestione delle Risorse Idriche M

## Appunti sui modelli afflussi - deflussi

### 0.1. Classificazione dei modelli idrologici

I modelli idrologici possono essere suddivisi mediante classificazioni di diversa natura. Le più note ed utilizzate sono le seguenti.

- 1) Classificazione per natura: modelli del singolo processo, modelli integrati.
- 2) Classificazione per struttura: modelli a scatola nera, concettuali, fisicamente basati. Modelli stocastici e modelli deterministici.
- 3) Classificazione per scala spaziale di applicazione: modelli concentrati e spazialmente distribuiti.
- 4) Classificazione per ambito di applicazione: modelli di generazione di variabili sintetiche e modelli di simulazione di variabili reali (osservabili).
- 5) Classificazione per caratteristiche operative: modelli a simulazione continua, modelli a scala di evento.

In quanto segue verranno forniti dettagli sulla classificazione innanzi introdotta.

#### ***Classificazione per natura***

Molti modelli si propongono di descrivere la dinamica di un singolo processo idrologico, rappresentando quindi una fase limitata del ciclo dell'acqua. Si possono denominare "modelli del singolo processo". Esempi caratteristici sono i modelli di infiltrazione, i modelli di intercettazione, e tanti altri.

Altri modelli, invece, si propongono di descrivere porzioni più estese del ciclo idrologico, rappresentando variabili che discendono dall'integrazione di più processi. In questo caso, si può parlare di "modelli integrati". Esempio classico sono i modelli afflussi-deflussi.

#### ***Classificazione per struttura***

Qualora le equazioni costitutive del modello siano basate sull'applicazione di relazioni fisiche, quali le equazioni di bilancio di massa ed equilibrio dinamico, in forma infinitesima *e senza rilevanti approssimazioni*, il modello si dice fisicamente basato (deve essere osservato che la letteratura scientifica non è unanimemente concorde nell'accettare tale definizione). Tale definizione è molto stretta: in accordo ad essa, pochissimi modelli idrologici (se non nessuno) potrebbero dirsi fisicamente basati, poiché per essere applicato il modello deve necessariamente riferirsi ad un volume di controllo non infinitesimo, introducendo quindi l'assunzione di omogeneità che comporta approssimazioni nella rappresentazione dei processi. Tuttavia, qualora le semplificazioni introdotte siano appunto *non rilevanti*, è comunemente accettato che il modello possa definirsi fisicamente basato.

Qualora invece vengano introdotte approssimazioni rilevanti, che possono condurre a basare le equazioni costitutive del modello su schemi che non sono più a base fisica, il modello si dice a fondamento empirico. Fra questi modelli, si distinguono solitamente i modelli concettuali dai modelli a scatola nera.

Nel dettaglio, i modelli a scatola nera ipotizzano una relazione empirica fra variabili di ingresso, variabili di stato e variabili in uscita che non ha nessun riferimento alla

fisica del processo, ma presenta tuttavia il pregio applicativo di consentire una riproduzione semplice e ragionevolmente attendibile dei dati.

Qualora, invece, le equazioni costitutive vengano ricavate a partire da schemi concettuali, facendo riferimento a rappresentazioni semplificate del processo in analisi che tuttavia sono ricavate in funzione della sua natura, si parla di modelli concettuali. Il Bucket Model rappresenta un classico esempio di modello concettuale. Le sue equazioni costitutive non possono dirsi fisicamente basate, ma sono tuttavia derivate adottando una schematizzazione che si rifà a quanto ragionevolmente accade in natura.

In base alla loro natura, i modelli si possono anche dividere fra modelli stocastici e modelli deterministici. Un modello ha natura stocastica quando almeno una fra variabili di stato e variabili di uscita è rappresentata specificando la sua distribuzione di probabilità. Si utilizza invece la terminologia “modello deterministico” quando le variabili coinvolte assumono tutte valore puntuale. In pratica, il modello deterministico fornisce una stima esatta della variabile in uscita. Al medesimo ingresso corrisponde sempre la medesima uscita. Nel modello stocastico la variabile in uscita è invece sempre specificata con un margine di approssimazione (a rigore dovrebbe sempre essere specificata mediante la propria distribuzione di probabilità).

Il modello stocastico si compone in taluni casi di una parte deterministica, finalizzata a produrre una stima del valore medio delle variabili in uscita, alla quale si sovrappone una componente stocastica, che permette di quantificare in termini di distribuzione di probabilità l'oscillazione attorno al valore medio.

E' importante notare che le stime fornite da modelli idrologici sono sempre affette da un margine di errore, poiché i modelli stessi non sono in grado di descrivere esattamente i processi analizzati. La più importante di tali limitazioni è l'impossibilità, anche quando i processi fisici fossero esattamente noti, di descrivere compiutamente la variabilità spaziale dei processi stessi, in seguito alla necessità di applicare le equazioni costitutive in riferimento ad un volume di controllo finito, ignorando così parte della variabilità stessa. La presenza inevitabile di un margine di errore fa sì che il modello sia inabile a fornire una stima esatta delle variabili in uscita e quindi che l'eventuale presupposto di natura deterministica del modello stesso sia, a rigore, non corretto. Per questa ragione, alcuni autorevoli idrologi sostengono che i modelli idrologici dovrebbero comunque prevedere la presenza di una componente stocastica e che la stima delle variabili in uscita dovrebbe comunque essere effettuata in termini di frequenza probabile delle stesse. Tuttavia, la distinzione fra modelli deterministici e stocastici è tuttora molto utilizzata, soprattutto in ambito applicativo.

### ***Classificazione per scala spaziale di applicazione***

La classificazione per scala di riferimento spaziale è estremamente importante dal punto di vista pratico. Il modello idrologico si dice concentrato quando il volume di controllo di riferimento per l'applicazione delle equazioni costitutive è esteso a grandi scale spaziali, tipicamente dell'ordine dell'intero bacino idrografico. In tal caso il modello non ha dimensioni spaziali. Il modello si dice invece spazialmente distribuito qualora il volume di controllo sia esteso a scala spaziale oltremodo ridotta, in modo che al suo interno sia plausibile l'assunzione di omogeneità dei processi idrologici. Le equazioni costitutive sono quindi applicate a scala locale. Tipicamente il volume di controllo di questi modelli è delimitato da superfici del bacino

idrografico che possono variare da 100 m<sup>2</sup> a qualche km<sup>2</sup>. In principio non esistono limitazioni a tali estremi. Scale molto piccole comportano tempi di elaborazione più lunghi mentre scale spaziali eccessivamente estese rendono poco attendibile l'ipotesi di omogeneità spaziale.

### ***Classificazione per ambito di applicazione***

Suddivide i modelli idrologici in due importanti categorie. Si parla di modelli di generazione di serie sintetiche quando l'obiettivo del lavoro è quello di produrre variabili idrologiche artificiali, ovvero variabili che non si verificano in realtà (e quindi non possono essere confrontate con un valore osservato). Rientrano in questa classe i modelli di stima delle portate di massima piena. I modelli di simulazione di variabili osservabili, invece, sono finalizzati a riprodurre variabili che si sono verificate oppure si verificheranno nel mondo reale, indipendentemente dalla disponibilità o meno del corrispondente valore osservato. Rientrano in quest'ultima classe i modelli di previsione e i modelli di ricostruzione di eventi osservati.

### ***Classificazione per caratteristiche operative***

Numerosi modelli idrologici sono concepiti per produrre simulazioni che si estendono su brevi intervalli temporali. Tale impostazione è giustificata dalla necessità, che si manifesta spesso quando si applicano modelli afflussi-deflussi, di disporre di simulazioni estese ad un singolo evento di piena, non risultando di interesse in tali applicazioni la simulazione di periodi di magra e morbida. In tal caso, si dice che il modello opera a scala di evento. Se invece il modello è concepito per produrre simulazioni di estensione temporale prolungata, si classifica quale modello a simulazione continua nel tempo.

La differenza fra le due classi di modelli è significativa: il modello a scala di evento, infatti, è specificamente deputato a produrre simulazioni attendibili dei processi predominanti negli eventi di piena e di conseguenza può trascurare i processi ritenuti non influenti. Ad esempio, i modelli a scala di evento possono spesso permettersi di trascurare le perdite idriche legate ad evaporazione e traspirazione, che a scala di evento non hanno particolare rilevanza.

Inoltre, essendo i modelli a scala di evento chiamati a produrre simulazioni di breve durata, possono permettersi di essere caratterizzati da schemi di calcolo che richiedono tempi di elaborazione non brevi.

Oggigiorno i modelli a simulazione continua ricevono crescente attenzione dalla comunità scientifica, poiché stanno riscuotendo rinnovato interesse i problemi di ottimizzazione della gestione della risorsa idrica durante le magre. E' quindi più pressante l'esigenza di poter disporre di una stima continua nel tempo dei processi che governano il ciclo dell'acqua.

## **0.2. Parametrizzazione dei modelli idrologici**

I modelli idrologici sono quindi caratterizzati dalla presenza di parametri, che come abbiamo in precedenza menzionato assumono spesso valore costante e sono deputati alla specifica di caratteristiche essenziali della struttura del modello. I valori di questi parametri devono essere fissati dall'utente. Ovviamente a diversi valori dei parametri corrispondono diverse risposte del modello e quindi la variabilità dei parametri permette al modello di interpretare le diverse caratteristiche di differenti bacini

idrografici. La procedura di assegnazione dei valori dei parametri, che deve quindi precedere ogni applicazione pratica, è chiamata con diversi termini che vengono utilizzati quali sinonimi: calibrazione dei parametri (o del modello), parametrizzazione del modello, ottimizzazione dei parametri (o del modello).

Solitamente la calibrazione dei parametri è condotta ricercando i valori dei medesimi che massimizzano l'attendibilità della simulazione operata dal modello. Qualora il modello simuli variabili osservabili e qualora le medesime siano a disposizione, la calibrazione può essere condotta confrontando le variabili simulate con quelle osservate. Se il modello è utilizzato per generare serie sintetiche, può essere comunque praticabile la soluzione anzidetta, qualora si disponga di una messe di dati osservati sufficiente a condurre l'operazione di calibrazione. Oppure, in taluni casi, si può procedere a comparare le statistiche delle variabili prodotte dal modello con le analoghe statistiche dei dati che si intendono simulare, che possono essere derivate seguendo diverse soluzioni. Le applicazioni presentate nelle sezioni che seguono approfondiranno le procedure di calibrazione maggiormente usate.

La calibrazione può essere condotta seguendo due procedure alternative: la calibrazione manuale e la calibrazione automatica. Nel primo caso l'utilizzatore fissa dei valori di tentativo dei parametri, eventualmente ricavando suggerimenti da conoscenze a priori; procede quindi alla simulazione dei dati ed opera una valutazione visiva del risultato ottenuto. Su tale base si variano successivamente i valori dei parametri al fine di identificare una combinazione soddisfacente.

Qualora si opti per la calibrazione automatica, è invece necessario stabilire un criterio per confrontare automaticamente e quantitativamente la bontà della simulazione. A questo scopo, di solito, si utilizza una funzione obiettivo, che viene successivamente minimizzata (o massimizzata) utilizzando degli algoritmi di calcolo. La necessità di disporre di una funzione obiettivo fa sì che la calibrazione automatica sia utilizzata prevalentemente quando sono disponibili valori osservati dei dati che si intendono simulare, che vengono automaticamente confrontati con i corrispondenti valori simulati. In tale frangente, le funzioni obiettivo possono essere utilizzate anche in fase di calibrazione manuale, qualora si desideri che il confronto fra dati osservati e simulati avvenga quantitativamente.

Fra le funzioni obiettivo maggiormente utilizzate si possono ricordare le seguenti.

- Somma dei quadrati degli scarti, definita dalla relazione:

$$F(\theta) = \sum_{t=1}^N [x(t) - \hat{x}(t)]^2, \quad (1)$$

dove  $F$  indica la funzione obiettivo,  $\theta$  è il vettore dei parametri del modello,  $N$  indica il numero di dati simulati, mentre  $x(t)$  e  $\hat{x}(t)$  indicano rispettivamente la variabile osservata e quella simulata dal modello.

- Efficienza di *Nash & Sutcliffe* [1970], definita dalla relazione:

$$F(\theta) = 1 - \frac{\sum_{t=1}^N [x(t) - \hat{x}(t)]^2}{\sum_{t=1}^N [x(t) - \bar{x}]^2}, \quad (2)$$

nella quale  $\bar{x}$  indica il valore medio dei dati osservati. L'efficienza di *Nash & Sutcliffe* [1970] è probabilmente la funzione obiettivo più frequentemente utilizzata nelle applicazioni presentate dalla letteratura scientifica.

- Errore relativo medio, definito dalla relazione:

$$F(\theta) = \sum_{t=1}^N \frac{|x(t) - \hat{x}(t)|}{x(t)} \quad (3)$$

La letteratura propone numerosi altri esempi di funzioni obiettivo, fra le quali merita di essere ricordata la funzione di massima verosimiglianza, che verrà successivamente discussa.

### 0.3. Articolazione del processo di applicazione di un modello idrologico

L'applicazione pratica di un modello idrologico si articola nelle seguenti fasi:

- a) identificazione del problema applicativo;
- b) identificazione del modello;
- c) scelta della procedura di calibrazione;
- d) calibrazione;
- e) verifica del modello.

L'identificazione del problema applicativo rappresenta una fase importante del processo di applicazione del modello, la cui importanza viene spesso trascurata, soprattutto in ambito scientifico. E' infatti necessario che il tecnico chiarisca inequivocabilmente qual è l'obiettivo dell'applicazione del modello, in tutte le sue sfaccettature. E' inoltre necessario analizzare con attenzione la disponibilità di dati e ogni necessità tecnica, come ad esempio eventuali limitazioni sui tempi di calcolo che possono essere accettati.

L'identificazione del modello viene effettuata sulla base delle esigenze tecniche di cui al paragrafo precedente. Sulla scorta della conoscenza delle esigenze stesse e dei modelli disponibili in letteratura, l'idrologo sceglie l'approccio più indicato. E' di fondamentale importanza tenere presente che la scelta del modello è necessariamente condizionata dalle necessità operative. La letteratura talvolta tende ad attribuire a determinate soluzioni modellistiche possibilità applicative universali, generando così una falsa impressione di superiorità generalizzata di alcuni modelli rispetto ad altri. In realtà la superiorità di un approccio è strettamente condizionata dall'ambito di applicazione.

Analoghe considerazioni devono essere fatte per la scelta della procedura di calibrazione. In generale, la calibrazione automatica richiede la disponibilità di dati osservati (ma possono esservi eccezioni) e può richiedere tempi lunghi. La calibrazione manuale richiede generalmente grande sensibilità del tecnico, che deve capire come variare i valori dei parametri per migliorare le prestazioni del modello, sulla base della propria esperienza. In questa fase, gioca un ruolo determinante la cosiddetta analisi di sensitività, che si articola in prove di applicazione del modello che consentono di identificare i parametri che maggiormente influiscono sull'esito della simulazione. Su questi parametri, maggiormente significativi, occorre concentrare l'attenzione durante la calibrazione.

La verifica del modello è un passo importante: viene anche chiamata “validazione”, anche se in realtà con questo ultimo termine si intende spesso, più specificamente, il confronto del responso del modello con dati osservati non utilizzati per calibrare il modello stesso. La verifica del modello dà indicazioni sul suo reale funzionamento, indicazioni che non possono essere ricavate con la sola procedura di calibrazione. Si è in precedenza accennato, infatti, che la calibrazione ha lo scopo di ottimizzare le prestazioni del modello nei confronti di un obiettivo fissato (ad esempio, riproduzione dei dati osservati, giudizio soggettivo dell'idrologo, o altri) ma non fornisce alcuna indicazione circa il funzionamento del modello in situazioni estranee rispetto a quella utilizzata nella calibrazione medesima. Ad esempio, un modello può essere calibrato ottimizzando la riproduzione di dati osservati in periodo specificato, ma la calibrazione così effettuata non dà indicazioni circa il funzionamento del modello in altri periodi. E' quindi necessario operare una verifica a parte riferendosi a situazioni non considerate in calibrazione.

Qualora la calibrazione del modello venga effettuata ottimizzando la simulazione dei dati osservati, come spesso accade in pratica, è prassi comune suddividere le osservazioni in due sottoinsiemi disgiunti. Un primo sottoinsieme viene utilizzato per calibrare i parametri ed il secondo viene invece utilizzato per la verifica del modello, ottenendo così una prova realistica di utilizzo. Una volta verificato il modello, è opportuno che la calibrazione venga ripetuta utilizzando l'intero insieme dei dati disponibili, in modo da massimizzare la consistenza della base dati utilizzata per stimare i valori dei parametri.

## 1. Modelli afflussi-deflussi di tipo concentrato

La rassegna di modelli fino a questo punto presentata si è concentrata sui modelli del singolo processo. In quanto segue, si prenderanno invece in considerazione modelli integrati della trasformazione afflussi-deflussi, iniziando con gli approcci di tipo concentrato, che sono utilizzati più di frequente in pratica.

I modelli di tipo concentrato hanno ormai una storia di applicazione che si estende su diversi decenni; l'origine dei modelli afflussi-deflussi si fa risalire infatti al contributo di *Sherman* [1932] che propose la teoria dell'idrogramma unitario istantaneo, stabilendo così una pietra miliare nella storia dell'idrologia. Tuttavia, è significativo ricordare che le basi della teoria dei modelli afflussi-deflussi vennero poste con lo sviluppo della formula razionale, che fu proposta da *Kuichling* [1889], che riprese concetti in precedenza elaborati da *Mulvany* [1851] (si veda <http://milestones.sdsu.edu/>).

I modelli afflussi-deflussi di tipo concentrato sono stati oggetto di interesse dalla letteratura scientifica soprattutto negli anni sessanta, quando vennero proposti approcci caratterizzati da complessità via via crescenti e dotati di schemi di simulazione non lineari.

Nonostante l'odierna disponibilità di mezzi di calcolo potenti abbia favorito la messa a punto ed anche l'applicazione per scopi pratici di approcci più complessi, i modelli di tipo concentrato sono ancora oggetto di notevole attenzione da parte della comunità scientifica, che sta tuttora proponendo approcci innovativi in tale ambito. La ragione di tale interesse risiede nella capacità di tali modelli di adattarsi a situazioni applicative caratterizzate da ridotta disponibilità di dati osservati ed

informazioni a proposito del bacino imbrifero contribuente. Tale interesse è testimoniato anche dalla recente formalizzazione, da parte di autorevoli ricercatori, del cosiddetto “downward approach”, sul quale ci si soffermerà successivamente nell’ambito di questa stessa trattazione.

L’obiettivo della rassegna che segue non è quello di fornire un panorama storico dell’evoluzione dei modelli afflussi-deflussi, per il quale si rimanda, ad esempio, a *Maione & Moisello* [1981] oppure a *Beven* (2000) e ??? libro ennio ferrari). Lo scopo che in questa sede si vuole perseguire è invece quello di descrivere alcuni dei modelli di tipo concentrato più frequentemente utilizzati oggi, fornendo anche esempi di applicazione. La rassegna è giocoforza limitata ad esempi ritenuti rappresentativi fra i numerosi approcci proposti.

### 1.1. Modelli basati su schemi concettuali a serbatoio (“tank model” o “bucket model”).

L’utilizzo delle schema concettuale a serbatoio ha una lunga storia in idrologia, legata originariamente al modello dell’invaso lineare.

I modelli a serbatoio assimilano il bacino idrografico ad un vaso o ad una serie di invasi, che ricevono un contributo idrico in ingresso sotto forma di precipitazione meteorica e rilasciano il volume idrico invasato per mezzo di scarichi opportunamente disposti. Qualora i serbatoi siano multipli, questi possono essere disposti in serie oppure in parallelo. Un esempio del tutto generale di modello a serbatoio è raffigurato in Figura 1.1. In questo caso è prevista la presenza di tre scarichi, uno di fondo, uno intermedio ed uno di superficie, in modo da poter simulare la generazione del deflusso profondo, ipodermico e superficiale.

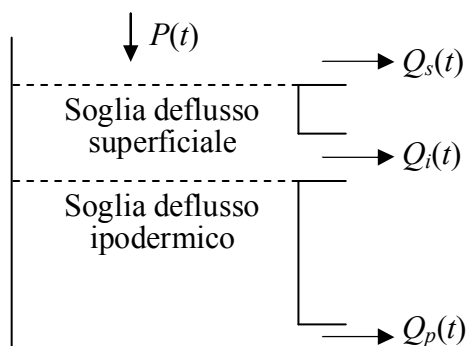


Figura 1.1. Rappresentazione schematica di una possibile configurazione del Bucket Model

Le equazioni costitutive del modello a serbatoio comprendono l’equazione di continuità del contenuto idrico del serbatoio nonché legami funzionali, di natura generalmente empirica, fra le portate uscenti dagli scarichi ed il volume invasato nel serbatoio. Il funzionamento degli scarichi può essere condizionato al raggiungimento di valori soglia del contenuto idrico, che si configurano quali parametri del modello. La struttura del modello può essere adattata modificandone lo schema concettuale in dipendenza del comportamento idrologico del bacino.

La semplicità dei modelli a serbatoio li rende particolarmente adatti per le applicazioni che non sono supportate da conoscenza adeguata del bacino contribuente. Infatti, il modello a serbatoio ha ultimamente riscosso rinnovata

popolarità nell'ambito delle applicazioni idrologiche a bacini non strumentati. Ad esempio, *Montanari et al.* [2006] hanno proposto l'utilizzo di un modello costituito da 4 serbatoi in parallelo per modellare il bacino del Seventeen Mile Creek, situato nella regione nord dell'Australia. Lo schema concettuale del modello in quell'occasione utilizzato è mostrato nella Figura 1.2 (figura tratta da *Montanari et al.* [2006]. La simbologia non è coerente con quella utilizzata nell'ambito della presente trattazione).

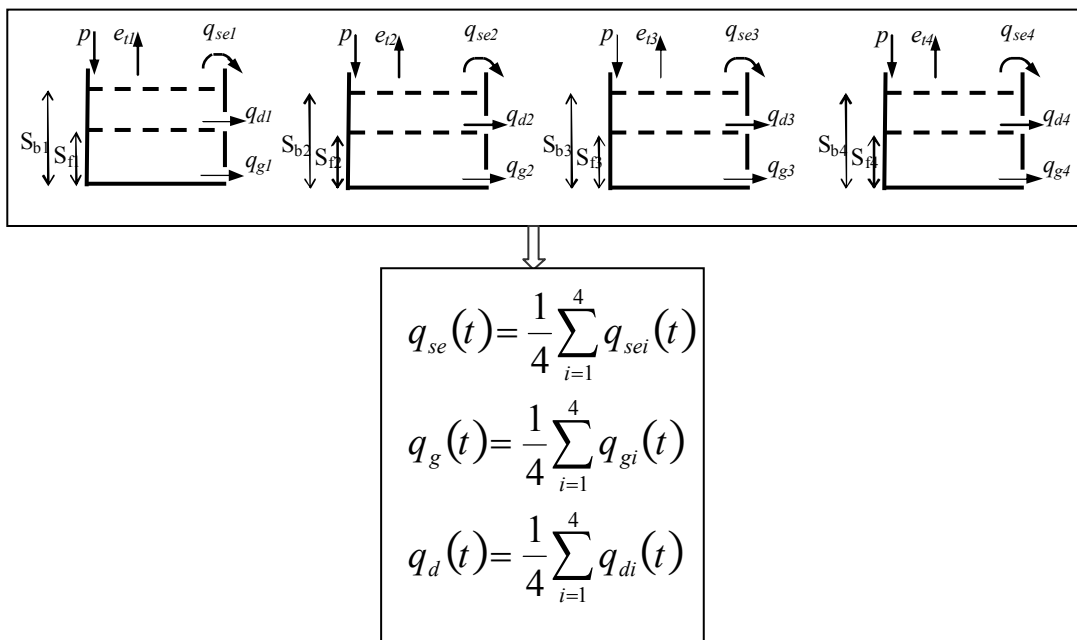


Figura 1.2. Rappresentazione schematica del modello a serbatoio utilizzato da *Montanari et al.* [2006].

### 1.2. Il Probabilità Distributed Model (PDM).

Il Modello PDM può essere considerato un'estensione del modello a serbatoio al caso nel quale si voglia ipotizzare la presenza di serbatoi multipli, per riprodurre la distribuzione di diverse capacità di immagazzinamento idrico nel bacino. Fu proposto da *Moore & Clark* [1981] i quali vollero proporre un approccio in grado di risolvere i problemi di calibrazione dei quali i modelli a serbatoio tendono a soffrire. Infatti, tali modelli, se sottoposti a procedure di calibrazione automatica, tendono a fornire funzioni obiettivo caratterizzate da discontinuità, originata dalla presenza delle soglie di sfioro che provocano irregolarità nella forma dell'idrogramma delle portate fluviali. Il modello PDM fu concepito con l'intento di ovviare a tale problema proponendo un approccio in grado di dar luogo a funzioni obiettivo maggiormente regolari. Una rappresentazione schematica del modello PDM è raffigurata nella Figura 1.3.

In primo luogo, nel PDM occorre fissare la distribuzione di probabilità della capacità di ritenzione idrica del terreno, la quale è definita a meno di parametri che occorrerà in seguito fissare o calibrare. Tale funzione di probabilità definisce, in funzione di un'assegnata capacità di ritenzione idrica  $W$ , la frazione di superficie del bacino dotata di capacità uguale o inferiore.



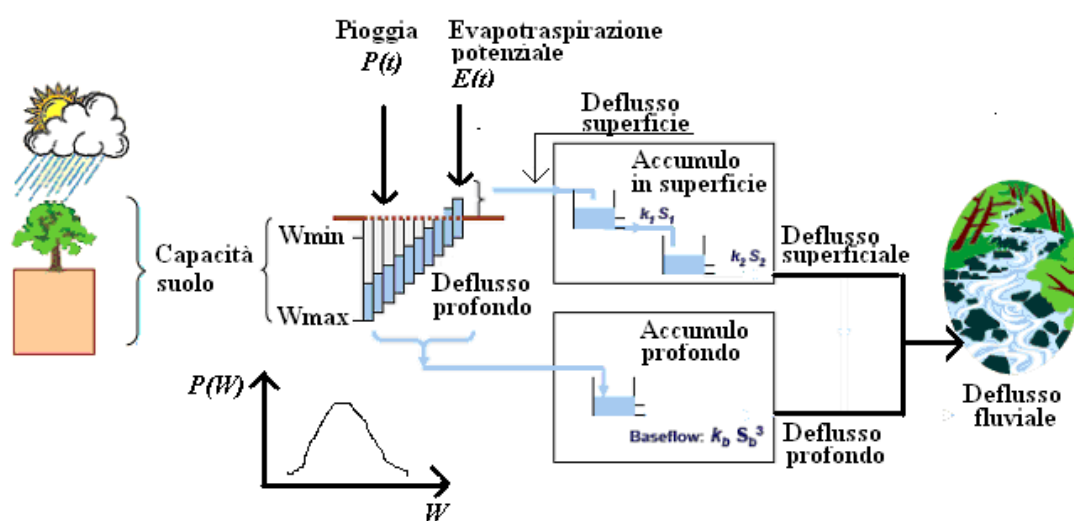


Figura 1.3. Rappresentazione schematica del Probability distributed model (PDM).

Il modello riceve la pioggia e l'evapotraspirazione potenziale ed immagazzina in un serbatoio principale, che rappresenta il terreno, il volume idrico in ingresso. Ad ogni passo temporale, una volta calcolato il livello idrico  $W(t)$  immagazzinato nel serbatoio principale, si calcola la frazione di area del bacino saturata, in grado quindi di produrre da quel momento deflusso superficiale per eccesso di saturazione. Ad ogni istante il deflusso superficiale fuoriuscente dal serbatoio principale è a sua volta immagazzinato in un serbatoio che rappresenta l'accumulo di superficie (o più serbatoi in serie come nell'esempio raffigurato in Figura 1.3), dal quale, mediante uno scarico di fondo, fuoriesce il contributo superficiale al deflusso fluviale.

Uno scarico di fondo collocato nel serbatoio principale consente il deflusso idrico, mediante una legge assegnata, in un serbatoio che rappresenta l'accumulo profondo, dal quale, ancora attraverso uno scarico di fondo, fuoriesce il contributo profondo al deflusso fluviale.

Nella Figura 1.3 l'accumulo nel serbatoio principale è raffigurato disposto su più livelli, poiché la soglia sfiorante del serbatoio medesimo è immaginata disposta orizzontalmente a livello del terreno, mentre il fondo del serbatoio è posto a profondità variabile per rappresentare in tal modo l'andamento della capacità di accumulo idrico all'interno del bacino. Ne consegue che il livello del pelo d'acqua nel serbatoio principale non è disposto orizzontalmente; la frazione di livello idrico eccedente la soglia posta alla quota del terreno rappresenta simbolicamente la parte di bacino che produce il deflusso superficiale.

Le equazioni costitutive del modello PDM sono le relazioni di bilancio idrico in ogni serbatoio, le leggi di efflusso dagli scarichi di fondo e dalle soglie di superficie, nonché la distribuzione di probabilità della capacità di ritenzione idrica.

### 1.3. Il Modello HYMOD.

Il Modello Hymod è stato recentemente proposto da Boyle [2000] e presenta numerose analogie con il modello PDM. Anche in questo caso, infatti, si suppone che la capacità di ritenzione idrica del terreno sia variabile all'interno del bacino idrografico. Uno schema del modello Hymod è riportato nella Figura 1.4.

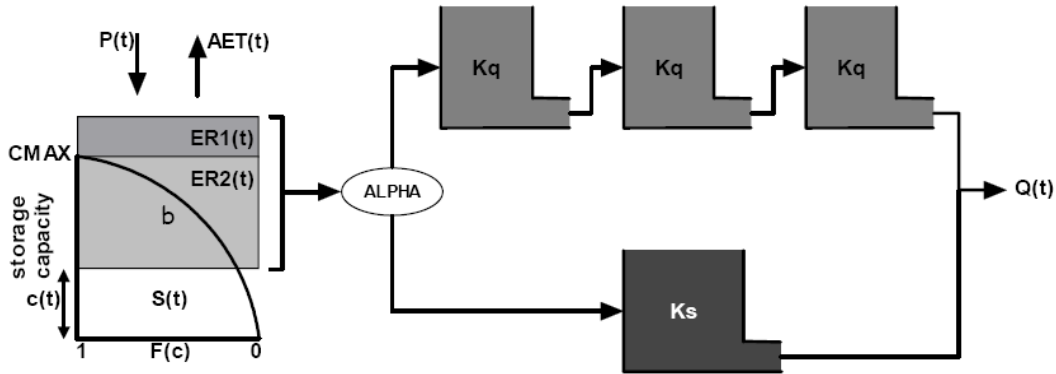


Figura 1.4. Rappresentazione schematica del modello Hymod.

Nel dettaglio, la frazione di bacino dotata di capacità di ritenzione idrica per unità di superficie contribuente inferiore od uguale ad un valore assegnato  $C(t)$  [L] si suppone descritta dalla funzione di distribuzione

$$F(C(t)) = 1 - \left(1 - \frac{C(t)}{C_{max}}\right)^{\beta_k}, \quad 0 \leq C(t) \leq C_{max}. \quad (4)$$

dove  $\beta_k$  è un parametro di calibrazione che quantifica la variabilità della capacità di ritenzione idrica all'interno del bacino.

$C(t)$  esprime in pratica il volume idrico, espresso in altezza d'acqua, contenuto nel terreno nella porzione di bacino dotata della capacità di accumulo massima; nelle aree nelle quali la capacità di accumulo è superiore a  $C(t)$  la pioggia netta si invasa completamente. Nella parte saturata di bacino, invece, la parte di pioggia netta eccedente detta capacità si trasforma in deflusso superficiale. Ne consegue che il volume idrico per unità di area del bacino invaso nel bacino è

$$W(t) = C(t) - \left[ \int_0^{C(t)} F(\chi(t)) d\chi \right]. \quad (5)$$

Sviluppando l'integrale della (5) si ottiene:

$$\int_0^{C(t)} F(\chi(t)) d\chi(t) = \int_0^{C(t)} \left\{ 1 - \left[ 1 - \frac{\chi(t)}{C_{max}} \right]^{\beta_k} \right\} d\chi(t), \quad (6)$$

$$\int_0^{C(t)} F(\chi(t)) d\chi(t) = \left[ C(t) + \frac{C_{max}}{(\beta_k + 1)} \left[ 1 - \frac{C(t)}{C_{max}} \right]^{\beta_k + 1} \right]_0^{C(t)}, \quad (7)$$

$$\int_0^{C(t)} F(\chi(t)) d\chi(t) = C(t) + \frac{C_{max}}{(\beta_k + 1)} \left[ 1 - \frac{C(t)}{C_{max}} \right]^{\beta_k + 1} - \frac{C_{max}}{(\beta_k + 1)} . \quad (8)$$

Sostituendo nella (5) si ottiene:

$$W(t) = \frac{C_{max}}{(\beta_k + 1)} - \frac{C_{max}}{(\beta_k + 1)} \left[ 1 - \frac{C(t)}{C_{max}} \right]^{\beta_k + 1} = \frac{C_{max}}{(\beta_k + 1)} \left\{ 1 - \left[ 1 - \frac{C(t)}{C_{max}} \right]^{\beta_k + 1} \right\} . \quad (9)$$

Si noti che  $\beta_k = 0$  indica capacità di ritenzione idrica costante e in tal caso si ha  $W(t) = C(t)$ . Si noti che per  $C(t) = C_{max}$  si ottiene

$$W_{max} = \frac{C_{max}}{(\beta_k + 1)} . \quad (10)$$

Con procedimento analogo a partire dalla (5), sostituendo quanto ottenuto nella (8), si ottiene

$$C(t) = W(t) + C(t) + \frac{C_{max}}{(\beta_k + 1)} \left[ 1 - \frac{C(t)}{C_{max}} \right]^{\beta_k + 1} - \frac{C_{max}}{(\beta_k + 1)} , \quad (11)$$

cioè

$$C(t) = C_{max} \left[ 1 - \left( 1 - W(t) \frac{\beta_k + 1}{C_{max}} \right)^{\frac{1}{\beta_k + 1}} \right] . \quad (12)$$

Procedendo per istanti di tempo finiti, ad un generico istante temporale  $t$ , noto il volume idrico invasato nel bacino  $W(t)$  è possibile calcolare il volume idrico invasato nelle zone a massima capacità di accumulo idrico  $C(t)$  mediante la (11). All'istante successivo questo assume il valore  $C(t+1)$ ,

$$C(t+1) = C(t) + P(t) , \quad (13)$$

con

$$C(t+1) = C_{max} \text{ se } C(t) + P(t) > C_{max} . \quad (14)$$

Si procede quindi al calcolo di un primo contributo al deflusso rappresentato dalla eventuale eccedenza rispetto a  $C_{max}$ , in accordo alla relazione

$$ER1(t) = \max \{ C(t) + P(t) - C_{max}, 0 \} . \quad (15)$$

Infine, si procede al calcolo di una seconda quota del deflusso dato dalla parte di volume idrico che non può essere trattenuto nel bacino poiché una frazione della superficie contribuente al deflusso si è saturata. Quest'ultimo contributo al deflusso si calcola con la relazione

$$ER2(t) = [C(t+1) - C(t)] - [W(t+1) - W(t)] \quad (16)$$

L'evapotraspirazione effettiva si calcola in accordo alla formula

$$E(t) = \left( 1 - \frac{\frac{C_{max}}{\beta_k + 1} - W(t)}{\frac{C_{max}}{\beta_k + 1}} \right) E_P(t) \quad (17)$$

Infine, il volume invasato  $W(t+1)$  viene aggiornato sottraendo l'evapotraspirazione, in accordo alla relazione

$$W(t+1) = W(t) - E(t) \quad (18)$$

Si noti che l'evapotraspirazione viene sottratta al volume invasato nel bacino dopo aver computato ER1 ed ER2.

Il contributo totale  $ER(t) = ER1(t) + ER2(t)$  al deflusso superficiale viene successivamente diviso in due parti:  $\alpha ER(t)$  che rappresenta il contributo al deflusso superficiale e  $(1-\alpha)ER(t)$  che viene invece indirizzato al deflusso profondo.  $\alpha ER(t)$  viene propagato attraverso una successione di serbatoi lineari caratterizzati da uguale parametro  $k_q$  (costante di proporzionalità fra portata uscente dallo scarico di fondo e volume invasato).  $(1-\alpha)ER(t)$  viene invece propagato attraverso un serbatoio profondo di parametro  $k_s$ .

Il calcolo prosegue per istanti temporali successivi, assegnando sostituendo il valore di  $W(t)$  con  $W(t+1)$ .

I parametri previsti dal modello Hymod sono 5, ovvero:  $C_{max}$ ,  $\beta_k$ ,  $\alpha$ ,  $k_q$  e  $k_s$ .

Un codice in linguaggio di programmazione Fortran per l'applicazione del modello Hymod è riportato nell'esempio 3.

### ***Esempio 1: codice di programmazione del modello Hymod.***

```

program HYMOD
implicit double precision (a-h,o-z)
real pars(5), wquick(3)
c definition of the basin area in square meters
areabacino=1314000000.
c definition of time step - hourly in this case
timestep=3600.0
c definition of simulation length
ndeltat=3650
c definition of initial river discharge in cubic meters
c per second- 15 in this case
qinit=15
fatconv=+1.0/1000.0/timestep*areabacino
open (13,file='rain-evapo.txt')
open (14,file='input.txt')
open (15, file='output.txt')
    
```

```
c  read parameters
do i=1,5
  read (14, *) pars(i)
enddo
c  description of parameters
c  cmax = Pars(1)
c  bexp = Pars(2)
c  alpha = Pars(3)
c  Ks = Pars(4)
c  Kq = Pars(5)
c  Store initialization in the reservoirs
c  w=average water level retained in the basin
c  c is the water level in the unsaturated part of basin
w2 = 0.0
c1 = 0.0
c  wslow=water content of the slow flow reservoir
wslow = qinit/(pars(4)*fatconv)
c  Beginning of the simulation loop
do it=1,ndeltat
  read (13, *) rain,evap
c  Compute excess precipitation and evaporation
w1=w2
c1 = Pars(1)*(1.-((1.-
&((Pars(2)+1.)*(w1)/Pars(1)))*(1./((Pars(2)+1.))))
c2 = min(c1+rain,Pars(1))
ER1 = max((c1+rain-Pars(1)),0.0)
c  Computation of the new average water level retained in the basin
w2 = (Pars(1)/(Pars(2)+1))*1.-((1.-c2/Pars(1)
&*(Pars(2)+1.)))
ER2 = max((c2-c1)-(w2-w1),0.)
c  Computation of the evapotranspiration - NOTE: evapotranspiration is
c  subtracted from the average water content after having computed w2 and c1
evap = (1.-(((Pars(1)/(Pars(2)+1)-w2)/(Pars(1)/(Pars(2)+1))))
&*evap
c  Subtraction of the evapotranspiration
w2 = max(w2-evap, 0.)
ER = ER1 + ER2
c  Partition UT1 and UT2 into quick and slow flow component
UQ = Pars(3)*ER
US = (1.-Pars(3))*ER
c  Route slow flow component with single linear reservoir
wslow = (1.-Pars(4))*wslow + (1-Pars(4))*US
qslow = (Pars(4)/(1.-Pars(4)))*wslow
c  Route quick flow component with 3 linear reservoirs in series
do k = 1,3
c  wquick=water content of the quick flow reservoir
wquick(k) = (1.-Pars(5))*wquick(k) + (1-Pars(5))*UQ
qquick = (Pars(5)/(1.-Pars(5)))*wquick(k)
UQ=qquick
end do
c  Compute total flow for timestep
Qsim= (qslow+qquick)*fatconv
write (15,'(f8.3)') Qsim
enddo
stop
end program
```